Lineare Ungleichungen

Beispiel:

Der Zusammenhang zwischen Grad Celsius und Grad Fahrenheit kann mit Hilfe der Funktion y = 1,8x + 32 (x in Grad Celsius, y in Grad Fahrenheit) beschrieben werden.
Bestimmen Sie, für welche Celsiusgrade die Fahrenheitgrade kleiner als Null sind.

Ansatz: $1{,}8x+32<0$

$\Rightarrow 1{,}8x<-32 \quad \Rightarrow x<-17\frac{7}{9}$

Mengenschreibweise: $IL=\left\{x\in\mathbb{R}\,|\,x<-17\frac{7}{9}\right\}$

Intervallschreibweise: $IL=\left]-\infty;-17\frac{7}{9}\right[$

Aufgaben:

1.0 Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichungen.

1.1 $-2x-8\geq 8$ 1.2 $3x+5>-4$ 1.3 $0>\frac{1}{3}x-3$

1.4 $\frac{3}{2}-(1{,}5x-4)\leq-\frac{5}{2}x$ 1.5 $4x-5\geq 2\cdot(x-3)$ 1.6 $2\cdot(3x+2)<2\cdot(38-x)-x$

2.0 Eine Firma produziert Geschenkartikel. Die Produktionskosten in Euro für x Artikel werden beschrieben durch den Term $K(x)=0{,}85\cdot x+24$. Der Erlös für einen Artikel berechnet sich gemäß $E(x)=1{,}45\cdot x$.

2.1 Geben Sie einen Term an, durch den sich der Gewinn G(x) für x Artikel berechnet.

2.2 Bestimmen Sie, ab welcher Stückzahl die Firma einen Gewinn erzielt.

3 Zwei Stromanbieter A und B geben die monatlichen Kosten in Euro für eine Anzahl von x kWh wie folgt an:
$K_A(x)=0{,}195\cdot x+21{,}35$ und $K_B(x)=0{,}265\cdot x+18{,}55$.
Berechnen Sie, ab welchem Verbrauch der Anbieter A günstiger ist.

Lösungen zu den Aufgaben:

1.1 $-2x \geq 16 \quad \Rightarrow x \leq -8 \quad \Rightarrow IL = \left]-\infty;-8\right]$

1.2 $3x > -9 \quad \Rightarrow x > -3 \quad \Rightarrow IL = \left]-3;\infty\right[$

1.3 $\frac{1}{3}x < 3 \quad \Rightarrow x < 9 \quad \Rightarrow IL = \left]-\infty;9\right[$

1.4 $\frac{3}{2} - 1{,}5x + 4 \leq -\frac{5}{2}x \quad \Rightarrow x \leq -5{,}5 \quad \Rightarrow IL = \left]-\infty;-5{,}5\right]$

1.5 $4x - 5 \geq 2x - 6 \quad \Rightarrow 2x \geq -1 \quad \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow IL = \left[-\frac{1}{2};\infty\right[$

1.6 $6x + 4 < 76 - 2x - x \quad \Rightarrow 9x < 72 \quad \Rightarrow x < 8 \quad \Rightarrow IL = \left]-\infty;8\right[$

2.1 $G(x) = E(x) - K(x) = 1{,}45x - \left(0{,}85x + 24\right) = 0{,}6x - 24$

2.2

$0{,}6x - 24 > 0 \quad 0{,}6x > 24 \quad \Rightarrow x > 40$

Die Firma erzielt ab einer Stückzahl von 41 einen Gewinn.

3

$0{,}195x + 21{,}35 < 0{,}265x + 18{,}55 \quad \Rightarrow -0{,}07x < -2{,}8 \quad \Rightarrow x > 40$

Der Anbieter A ist ab einem Verbrauch von 41 kWh günstiger.